



schema-F

Internes
Rechnungswesen
und
funktionale
Steuerung

Grundlagen der Leistungserstellung Aufgaben und Lösungen



Lernmaterial
zum Modul
- 31031 -
der Fernuniversität
Hagen

Verantwortlich für den Inhalt:

Schema-F, Andreas Kämpfer
kontakt@schema-f-hagen.de

Hinweis

Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere das Recht der Vervielfältigung und Verbreitung sowie der Übersetzung und des Nachdrucks, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf in irgendeiner Form (Druck, Fotokopie, Mikrofilm oder ein anderes Verfahren) ohne schriftliche Genehmigung oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

INHALTSVERZEICHNIS

1	TECHNOLOGIE.....	2
1.1	AUFGABEN.....	2
1.2	LÖSUNGEN.....	5
2	ANALYSE VON PRODUKTIONSFUNKTIONEN.....	7
2.1	AUFGABEN.....	7
2.2	LÖSUNGEN.....	10
3	ERTRAGSGESETZLICHE PRODUKTIONSFUNKTION	15
3.1	AUFGABEN.....	15
3.2	LÖSUNGEN.....	16
4	COBB-DOUGLAS-PRODUKTIONSFUNKTION.....	19
4.1	AUFGABEN.....	19
4.2	LÖSUNGEN.....	22
5	LEONTIEF-PRODUKTIONSFUNKTION	30
5.1	AUFGABEN.....	30
5.2	LÖSUNGEN.....	33
6	GUTENBERG-PRODUKTIONSFUNKTION	37
6.1	AUFGABEN.....	37
6.2	LÖSUNGEN.....	39



6 GUTENBERG-PRODUKTIONSFUNKTION

6.1 AUFGABEN

Aufgabe 1

Eine Maschine benötigt zur Fertigung des Produktes Z den Rohstoff A, das Schmiermittel B und Strom. Die Maschine kann auf Normalbetrieb (12 Stück Z pro Minute) oder Schnellbetrieb (24 Stück Z je Minute) eingestellt werden. Technisch bedingt wird im Schnellbetrieb mehr Rohstoff und Schmiermittel für ein Stück des Produktes benötigt; beim Strom ist es umgekehrt. Die Daten im einzelnen:

Stück / Minute	kg A je Stück	ml B je Stück	kWh je Stück
12	3,0	2	0,07
24	3,2	3	0,06

Das Unternehmen möchte nun einen Output von 1.800 Stück des Produktes Z herstellen.

- In welcher Zeit und mit welchen Faktoreinsatzmengen kann diese Menge alternativ produziert werden?
- Welche Maschinengeschwindigkeit wird das Unternehmen wählen wenn 1 kg A 2,80 €, 1 Liter B 76,50 € und 100 kWh 10 € kosten?
- Welche Produktionsfunktion wird hier beschrieben?

Aufgabe 2

Für ein Aggregat sind folgende Durchschnittsverbrauchsfunktionen gegeben:

- $r_1(d) = 1/100 \cdot d^2 - 2d + 120$
- $r_2(d) = 2/100 \cdot d^2 - 3d + 130$.

Die Preise für die Faktoren betragen $q_1 = 0,5$ und $q_2 = 1$. Die Betriebszeit des Aggregates ist auf 8 Stunden täglich begrenzt.

- Wie hoch ist die kostenoptimale Intensität d des Aggregates?
- Welche Tagesproduktion ist möglich, wenn bei optimaler Intensität produziert wird?
- Wie teuer ist diese Tagesproduktion?

Aufgabe 3

In einer speziellen Druckerei für Werbemittel werden Luftballons bedruckt. Um die Ballons mit einem Werbeaufdruck zu versehen, müssen sie mit einem speziellen Gas aufgepumpt werden und laufen dann für den Druck über eine Maschinenwalze.

Für den Druckvorgang sind folgende Verbrauchsfunktionen für die Faktoren Gas r_1 und Energie r_2 in Abhängigkeit von der Rotationsgeschwindigkeit d (Umdrehungen/Sekunde) aus Erfahrungswerten hervorgegangen:

$$r_1(d) = 50 - 12d + d^2 \quad (100 \text{ l/Ballon})$$

$$r_2(d) = 36 - 6d + 0,5 d^2 \quad (\text{kWh/Ballon})$$

Die Faktorpreise betragen 0,5 GE für 100 l Gas und 0,2 GE pro kWh.

- Bestimmen Sie die stückkostenminimale Intensität d_{opt} . Wie hoch sind die zugehörigen Stückkosten?
- Wie viele Päckchen Luftballons können in 4 Stunden druckfertig sein, wenn ein Päckchen 50 Luftballons enthält und bei jedem Rotationsvorgang ein Ballon bedruckt wird?



Aufgabe 4

Die folgenden Aussagen sind entweder richtig oder falsch. Wenn Sie meinen, dass eine Aussage falsch ist, dann berichtigen Sie diese, indem Sie den falschen Begriff durch den richtigen ersetzen.

In der Klausur werden diese Inhalte durch Multiple-Choice-Aufgaben geprüft – zu Gutenberg-Produktionsfunktionen gibt es jedoch nur sehr wenige.

Stellen Sie die folgenden Aussagen zu den Gutenberg-Produktionsfunktionen richtig – sofern sie nicht bereits richtig sind:

- a) Es liegen grundsätzlich substitutionale Faktorbeziehungen vor.
- b) Die Produktionsfunktionen sind linear-homogen.
- c) GUTENBERG teilt die Ressourcen in Elementar- und Verbrauchsfaktoren.
- d) Die Produktionskoeffizienten der Verbrauchsfaktoren sind normalerweise konstant.
- e) GUTENBERG geht in seiner produktionstechnischen Betrachtung nicht vom Gesamtbetrieb, sondern von einzelnen Aggregaten aus.
- f) Die Leontief-Produktionsfunktion kann als Spezialfall der Gutenberg-Produktionsfunktion betrachtet werden.



6.2 LÖSUNGEN

Aufgabe 1

a) Die Werte zeigt die Tabelle im Überblick.

Stück / Minute	Zeit für 1.800 Stück	kg A gesamt	ml B gesamt	kWh gesamt
12	150 Min.	5.400	3.600	126
24	75 Min.	5.760	5.400	108

b) Das Unternehmen mit dem Ziel der Gewinnmaximierung wird, wenn keine anderen Faktoren eine Rolle spielen, die Maschinengeschwindigkeit wählen, die die geringsten Kosten verursacht.

- Kosten für 1.800 Stück im Normalbetrieb:
 $K = (5.400 \cdot 2,80) + (3,6 \cdot 76,50) + (1,26 \cdot 10) = 15.408 \text{ €}$
- Kosten für 1.800 Stück im Schnellbetrieb:
 $K = (5.760 \cdot 2,80) + (5,4 \cdot 76,50) + (1,08 \cdot 10) = 16.551,90 \text{ €}$
- Das Unternehmen wird den Normalbetrieb wählen.

c) Es handelt sich um eine Gutenberg-Produktionsfunktion.

Aufgabe 2

Die Berechnung erfolgt analog zum Beispiel:

- Die Durchschnittskostenfunktion lautet $k(d) = 1/40 d^2 - 4d + 190$.
- Die optimale Intensität hat den Wert 80.
- Die mögliche Tagesproduktion beträgt 640 Einheiten.
- Die Produktionskosten liegen bei 19.200 €.

Aufgabe 3

a) Die Berechnung der stückkostenminimalen Intensität erfolgt analog zum Beispiel:

$$k(d) = r_1 \cdot 0,5 + r_2 \cdot 0,2 = (50 - 12d + d^2) \cdot 0,5 + (36 - 6d + 0,5 d^2) \cdot 0,2$$
$$= 25 - 6d + 0,5d^2 + 7,2 - 1,2d + 0,1d^2 = 32,2 - 7,2d + 0,6d^2$$

$$\frac{\delta k}{\delta d} = -7,2 + 1,2d = 0 \Leftrightarrow d = 6$$

Die stückkostenoptimale Intensität d_{opt} beträgt 6 Umdrehungen pro Sekunde.

$$K(6) = 32,2 - 7,2 \cdot 6 + 0,6 \cdot 6^2 = 10,6$$

Bei der optimalen Intensität von 6 Umdrehungen je Sekunde kostet ein Luftballon 10,6 GE.

b) $d_{\text{opt}} = 6 \Leftrightarrow 6$ Luftballons pro Sekunde

$$4 \text{ Stunden} = 240 \text{ Minuten} = 14.400 \text{ Sekunden} \Rightarrow 86.400 \text{ Luftballons}$$

$$86.400 \text{ Luftballons} \Rightarrow 1728 \text{ Päckchen á } 50 \text{ Luftballons}$$



Aufgabe 4

Stellen Sie die folgenden Aussagen zu den Gutenberg-Produktionsfunktionen richtig – sofern sie nicht bereits richtig sind:

- a) Es liegen grundsätzlich **limitationale** Faktorbeziehungen vor, **begrenzt können Substitutionsmöglichkeiten vorhanden sein.**
- b) Die Produktionsfunktionen sind linear-homogen. **Richtig!**
- c) GUTENBERG teilt die Ressourcen in **Gebrauchs- (Potenzial-)** und Verbrauchsfaktoren.
- d) Die Produktionskoeffizienten der Verbrauchsfaktoren sind normalerweise **nicht** konstant.
- e) GUTENBERG geht in seiner produktionstechnischen Betrachtung nicht vom Gesamtbetrieb, sondern von einzelnen Aggregaten aus. **Richtig!**
- f) Die Leontief-Produktionsfunktion kann als Spezialfall der Gutenberg-Produktionsfunktion betrachtet werden. **Richtig!**