



schema-F

Grundlagen
der Wirtschaftsmathematik und
Statistik

Deskriptive Statistik Aufgaben und Lösungen



Lernmaterial
zum Modul
- 40601 -
der Fern-
universität
Hagen

Inhaltsverzeichnis

1	Daten und Meßskalen	5
1.1	Konkrete Beispiele	5
	Aufgabe 1.1.1	5
1.2	Allgemeine Aussagen	7
	Aufgabe 1.2.1	7
2	Lageparameter	8
2.1	Einfache Lageparameter aus einer gegebenen Messreihe ablesen	8
	Aufgabe 2.1.1	8
	Aufgabe 2.1.2	9
2.2	Eine Häufigkeitstabelle aus einer Messreihe erstellen	10
	Aufgabe 2.2.1	10
	Aufgabe 2.2.2	11
2.3	Modalwert und Quantile aus einer Häufigkeitstabelle bestimmen	12
	Aufgabe 2.3.1 (Fortsetzung von Aufgabe 2.2.1)	12
	Aufgabe 2.3.2 (Fortsetzung von Aufgabe 2.2.2)	13
	Aufgabe 2.3.3	14
	Aufgabe 2.3.4	15
2.4	Mittelwerte berechnen (elementar)	16
	Aufgabe 2.4.1 (Fortsetzung von Aufgabe 2.1.1)	16
	Aufgabe 2.4.2 (Fortsetzung von Aufgabe 2.1.2)	16
2.5	Mittelwerte berechnen (Häufigkeitstabelle)	17
	Aufgabe 2.5.1 (Fortsetzung von Aufgabe 2.2.1)	17
	Aufgabe 2.5.2 (Fortsetzung von Aufgabe 2.2.2)	17
2.6	Änderung der Lageparameter bei Messfehlern	18
	Aufgabe 2.6.1	18
	Aufgabe 2.6.2	18
	Aufgabe 2.6.3	19
2.7	Änderung des Medians bei Auslassung von Beobachtungen	20
	Aufgabe 2.7.1	20
	Aufgabe 2.7.2	21
3	Streuparameter	22
3.1	Empirische Varianz, Standardabweichung und Variationskoeffizienten bestimmen	22
	Aufgabe 3.1.1 (Fortsetzung von Aufgabe 2.4.1)	22
	Aufgabe 3.1.2 (Fortsetzung von Aufgabe 2.4.2)	23
	Aufgabe 3.1.3 (Fortsetzung von Aufgabe 2.5.1)	24
	Aufgabe 3.1.4 (Fortsetzung von Aufgabe 2.2.1)	25
3.2	Änderung der Varianz bei Änderung der Daten	26
	Aufgabe 3.2.1	26
	Aufgabe 3.2.2	26

4	Klassierte Daten	28
4.1	Häufigkeitstabelle zu klassierten Daten erstellen	28
	Aufgabe 4.1.1	28
	Aufgabe 4.1.2	29
4.2	Lage- und Streuparameter bei klassierten Häufigkeitstabellen	31
	Aufgabe 4.2.1 (Fortsetzung von Aufgabe 4.1.1)	31
	Aufgabe 4.2.2 (Fortsetzung von Aufgabe 4.1.2)	32
5	Zusammenhangsparameter	34
5.1	Spearman Rangkorrelation berechnen	34
	Aufgabe 5.1.1	34
	Aufgabe 5.1.2	35
5.2	Bravais-Pearson Korrelationskoeffizienten berechnen	37
	Aufgabe 5.2.1 (Fortsetzung von Aufgabe 5.1.1)	37
	Aufgabe 5.2.2 (Fortsetzung von Aufgabe 5.1.2)	38
5.3	Vergleich und allgemeine Aussagen	40
	Aufgabe 5.3.1 (Fortsetzung von Aufgaben 5.1.2 und 5.2.2)	40
	Aufgabe 5.3.2	41
	Aufgabe 5.3.3	42
	Aufgabe 5.3.4	42
	Aufgabe 5.3.5	43



2 Lageparameter

2.1 Einfache Lageparameter aus einer gegebenen Messreihe ablesen

Aufgabe 2.1.1

Aufgabenstellung

Gegeben ist folgende Messreihe

1, 5, 3, 3, 2

- Sortieren Sie die Daten.
- Geben Sie die Spannweite an.
- Geben Sie den Median an.
- Geben Sie den Modalwert an.

Lösung

- a) Die sortierte Messreihe lautet

1, 2, 3, 3, 5

- b) Man markiere die kleinste und die größte Merkmalsausprägung

1, 2, 3, 3, 5

Die Spannweite ist gleich der Differenz $x_{\max} - x_{\min} = 5 - 1 = 4$.

- c) Die Messreihe hat 5 Elemente, also eine ungerade Anzahl. Man betrachte das Element, das zentral steht, also hier das dritte

1, 2, 3, 3, 5

Der Median ist $x_{\text{med}} = 3$.

- d) Man betrachte die Häufigkeit der Merkmalsausprägungen

$\underbrace{1}_{1 \text{ mal}}, \underbrace{2}_{1 \text{ mal}}, \underbrace{3, 3}_{2 \text{ mal}}, \underbrace{5}_{1 \text{ mal}}$

Der Modalwert ist der am häufigsten vorkommende Wert $x_{\text{mod}} = 3$.



Aufgabe 2.1.2

Aufgabenstellung

Gegeben ist folgende Messreihe

2, 5, 5, 3, 1, 2, 4, 2, 3, 6

- Sortieren Sie die Daten.
- Geben Sie die Spannweite an.
- Geben Sie den Median an.
- Geben Sie den Modalwert an.

Lösung

- a) Die sortierte Messreihe lautet

1, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 5, 6

- b) Man markiere die kleinste und die größte Merkmalsausprägung

1, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 5, 6

Die Spannweite ist gleich der Differenz $x_{\max} - x_{\min} = 6 - 1 = 5$.

- c) Die Messreihe hat 10 Elemente, also eine gerade Anzahl. Man betrachte die beiden Elemente, die zentral stehen, also hier das fünfte und sechste

1, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 5, 6

Die beiden Messungen stimmen überein, der Median ist $x_{\text{med}} = 3$.

- d) Man betrachte die Häufigkeit der Merkmalsausprägungen

$\underbrace{1}_{1 \text{ mal}}$, $\underbrace{2, 2, 2}_{3 \text{ mal}}$, $\underbrace{3, 3}_{2 \text{ mal}}$, $\underbrace{4}_{1 \text{ mal}}$, $\underbrace{5, 5}_{2 \text{ mal}}$, $\underbrace{6}_{1 \text{ mal}}$

Der Modalwert ist der am häufigsten vorkommende Wert $x_{\text{mod}} = 2$.



2.2 Eine Häufigkeitstabelle aus einer Messreihe erstellen

Aufgabe 2.2.1

Aufgabenstellung

Erstellen Sie eine Tabelle der absoluten und relativen Häufigkeiten zu folgender Messreihe

2, 5, 5, 4, 4, 3, 6, 7, 6, 5, 3, 4

Lösung

Man erkennt, dass hier natürliche Zahlen zwischen 2 und 7 als Messergebnisse vorliegen. Daher wählt man als Merkmalswerte x_i die natürlichen Zahlen zwischen 2 und 7:

x_i	2	3	4	5	6	7
-------	---	---	---	---	---	---

Nun ermittelt man die Häufigkeiten der Merkmalswerte:

x_i	2	3	4	5	6	7
$h(x_i)$	1	2	3	3	2	1

Es liegen insgesamt $n = 12$ Messungen vor. Die relativen Häufigkeiten $f(x_i) = h(x_i)/n$ (auf zwei Nachkommastellen gerundet) lauten also wie folgt:

x_i	2	3	4	5	6	7
$h(x_i)$	1	2	3	3	2	1
$f(x_i)$	0,08	0,17	0,25	0,25	0,17	0,08



Aufgabe 2.2.2

Aufgabenstellung

Erstellen Sie eine Tabelle der absoluten und relativen Häufigkeiten zu folgender Messreihe

9, 4, 7, 7, 10, 4, 2, 1, 3, 7, 9, 1, 2, 9, 8, 8, 5, 8, 7, 2

Lösung

Man erkennt, dass hier natürliche Zahlen zwischen 1 und 10 als Messergebnisse vorliegen. Daher wählt man als Merkmalswerte x_i die natürlichen Zahlen zwischen 1 und 10:

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
-------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

Nun ermittelt man die Häufigkeiten der Merkmalswerte:

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$h(x_i)$	2	3	1	2	1	0	4	3	3	1

Es liegen insgesamt $n = 20$ Messungen vor. Die relativen Häufigkeiten $f(x_i) = h(x_i)/n$ lauten also wie folgt:

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$h(x_i)$	2	3	1	2	1	0	4	3	3	1
$f(x_i)$	0,1	0,15	0,05	0,1	0,05	0,0	0,2	0,15	0,15	0,05