schema-F

Grundlagen der Wirtschaftsmathematik und Statistik

Lineare Algebra
Aufgaben und Lösungen

Lernmaterial zum Modul - 40601 - der Fernuniversität Hagen

Inhaltsverzeichnis

2.2 Matrixmultiplikation

Aufgabe 2.2.1

Aufgabenstellung

Berechnen Sie $\mathbf{A} \cdot \mathbf{x}$ für

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Lösung

$$\begin{array}{rrr|r} & & & 1 \\ & & & -2 \\ & & & 1 \\ \hline 1 & 0 & -1 & \\ 3 & -2 & 1 & \\ -2 & 1 & 0 & \end{array}$$

$$1 \cdot 1 + 0 \cdot (-2) + (-1) \cdot 1 = \boxed{0}$$
$$3 \cdot 1 + (-2) \cdot (-2) + 1 \cdot 1 = \boxed{8}$$
$$(-2) \cdot 1 + 1 \cdot (-2) + 0 \cdot 1 = \boxed{-4}$$

Das Matrix-Vektor-Produkt lautet also

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 8 \\ -4 \end{bmatrix}$$

Aufgabe 2.2.2

Aufgabenstellung

Berechnen Sie $\mathbf{B} \cdot \mathbf{A}^\top$ für

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 1 \\ 0 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$$

Lösung

$$\begin{array}{cc|ccc} & & 1 & 1 & 0 \\ & & 0 & -1 & 2 \\ \hline 2 & 0 & & & \\ 2 & 1 & & & \\ 0 & 1 & & & \\ 3 & -1 & & & \end{array}$$

$$\begin{aligned}
2 \cdot 1 + 0 \cdot 0 &= \boxed{2} \\
2 \cdot 1 + 0 \cdot (-1) &= \boxed{2} \\
2 \cdot 0 + 0 \cdot 2 &= \boxed{0} \\
2 \cdot 1 + 1 \cdot 0 &= \boxed{2} \\
2 \cdot 1 + 1 \cdot (-1) &= \boxed{1} \\
2 \cdot 0 + 1 \cdot 2 &= \boxed{2} \\
0 \cdot 1 + 1 \cdot 0 &= \boxed{0} \\
0 \cdot 1 + 1 \cdot (-1) &= \boxed{-1} \\
0 \cdot 0 + 1 \cdot 2 &= \boxed{2} \\
3 \cdot 1 + (-1) \cdot 0 &= \boxed{3} \\
3 \cdot 1 + (-1) \cdot (-1) &= \boxed{4} \\
3 \cdot 0 + (-1) \cdot 2 &= \boxed{-2}
\end{aligned}$$

Das Matrixprodukt lautet also

$$\mathbf{B} \cdot \mathbf{A}^\top = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 2 \\ 3 & 4 & -2 \end{bmatrix}$$